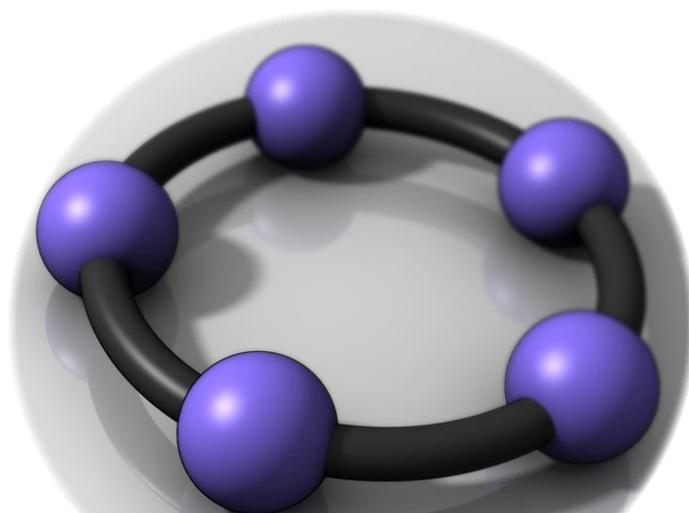


“CIUDAD DEL ACUERDO”

Red Federal Formación Docente Continua nro. a1 - 000127
Plaza 23 de noviembre. 2900 - San Nicolás (Buenos Aires)
Tel. 03461 - 425348 / 424137 - fax 03461 422140

TALLER

Funciones – Geometría - Sistemas de ecuaciones



GeoGebra

Semana del Profesorado

Cuarto año Profesorado de Matemática

Geometría: Baroni, Fernanda – Mendoza, Diego - López, Mariela – Tolini Nadia
Funciones: Guberti, Florencia – Miranda, Mariela - Morelli, Florentina - Rinaldi, Mauro

Coordinador: Prof. Sacco Lucía

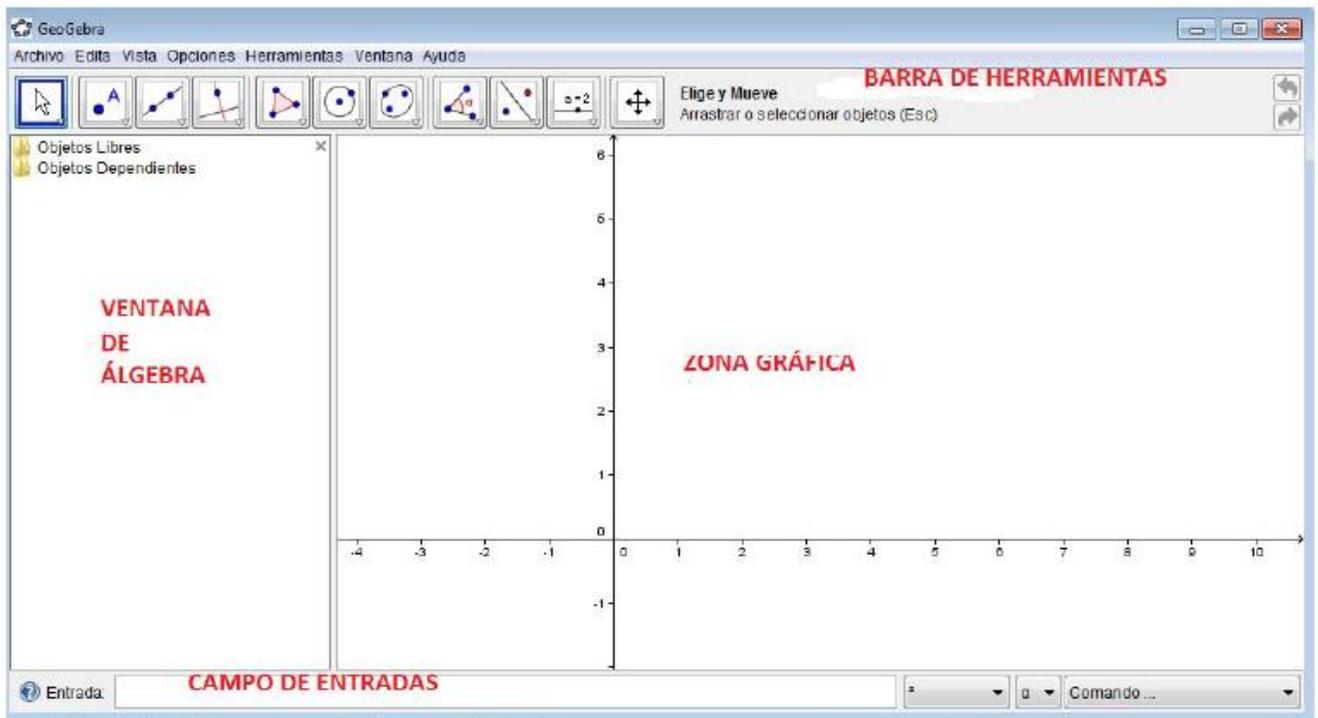
GeoGebra es un programa de Geometría dinámica desarrollado por Markus Hohenwarter en la Universidad Atlantic, Florida.
Para descargar el programa y profundizar en GeoGebra, conocer su desarrollo, consultar foros y wikis, es posible hacerlo desde www.geogebra.org
El único requisito es contar con la plataforma **Java** (versión 1.4 o superior) instalada.
Si no se tiene, se puede descargar aquí: www.java.com
Es recomendable usar siempre la versión más actual de Java.

GeoGebra

Exploración y procedimientos básicos

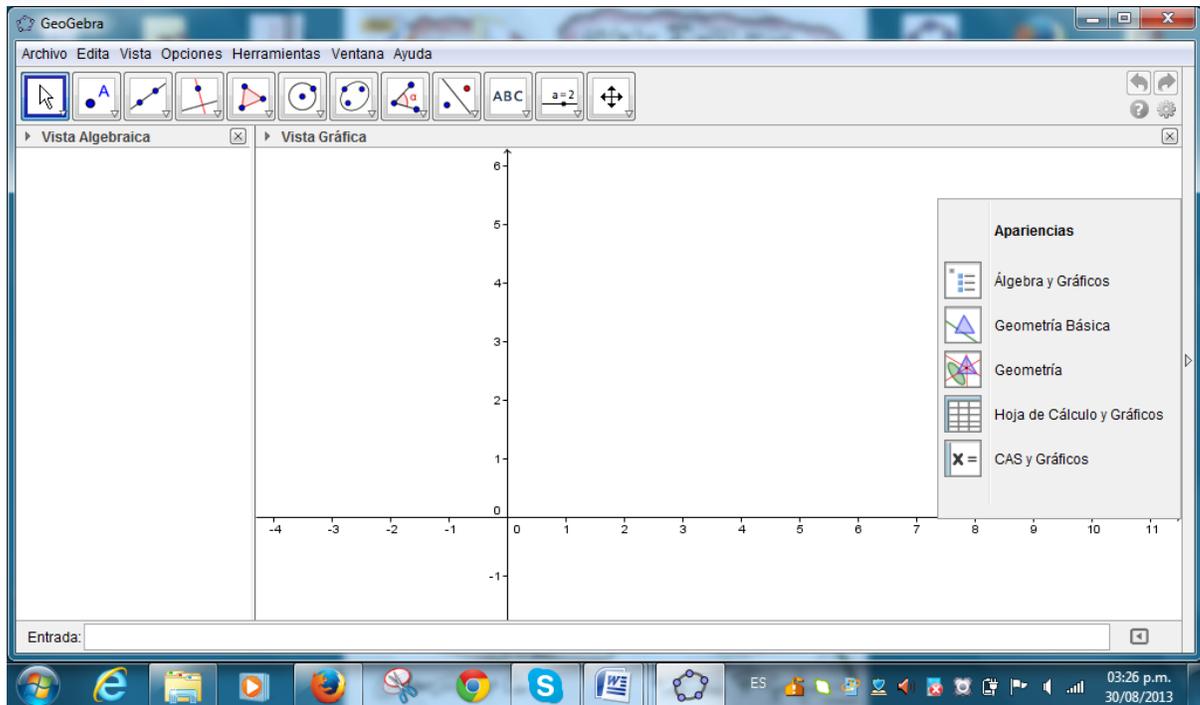


En primer lugar, debemos organizar la zona de trabajo, la ventana algebraica y la Entrada.





En la versión GeoGebra 4.2 aparece una ventanita con el Menú **Apariencias** que luego desaparece.



Menú Apariencias

La **barra**, desplegable al pulsar la **flecha lateral** de la **Vista Gráfica**, permite alternar con agilidad, entre diferentes composiciones de **registros**.

Apariencias desde la Barra Lateral

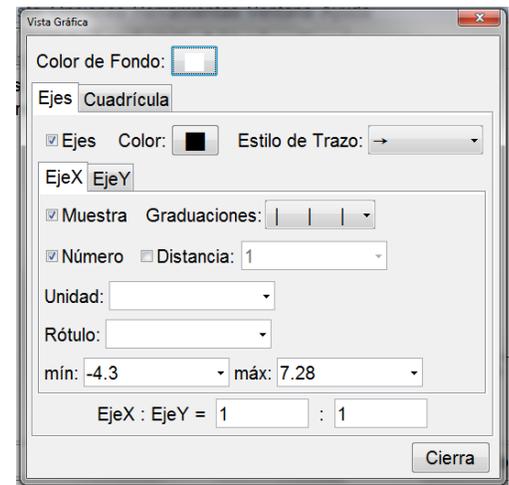
Desplegada la **barra**, sin necesidad de selección individual, se elige una **Apariencia** de entre las disponibles:

- | | | |
|--|------------------------------------|--|
| | Álgebra y Gráficos: | Se exponen ambas vistas . La Gráfica , con los ejes y la Vista Algebraica . |
| | Geometría Básica: | Sólo se expone la Vista Gráfica sin ejes ni cuadrícula. |
| | Geometría: | Se dispone exclusivamente de la Vista Gráfica con la cuadrícula. |
| | Hoja de Cálculo y Gráficos: | Se exponen la Hoja de Cálculo y la Vista Gráfica . |
| | CAS y Gráficos: | Se esponen las vistas Gráfica y Algebraica CAS <small>Disponible a partir de GeoGebra 4.2</small> |



Observación: las imágenes que se incluyen a continuación corresponden a la versión 3.2 de GeoGebra. La versión actual, 4.2 tiene algunas variantes.

En la versión 4.2 en esta ventana aparece la Barra de navegación por Pasos de Construcción.

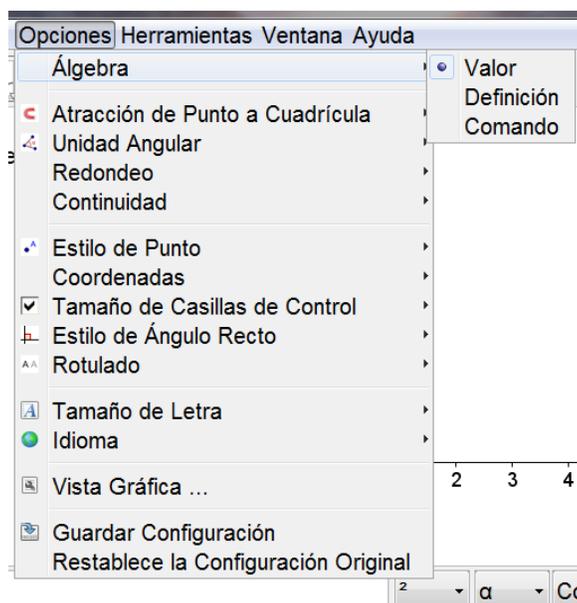


En la zona de trabajo (sector blanco derecho) abrimos el menú contextual (botón derecho) y seleccionamos **Vista Gráfica**.

Se abre una ventana (en la 3.2) en la que podemos:

- Cambiar el color del fondo de la zona de trabajo
- Color de los ejes, estilo de trazo.
- Unidades de los ejes
- Valores máximos y mínimos en los ejes coordenados.
- Escalas en los ejes.

Otras de las cuestiones importantes a tener en cuenta es:



Tener en cuenta cada una de estas tres posibilidades. La elección depende de los objetivos de enseñanza.

ACTIVIDAD N°1

- Explorar la barra de herramientas.
- Representar una circunferencia y analizar las posibilidades de escritura que propone GeoGebra.

Algunas Pistas

 Los botones de “**Deshace**”/ y “**Rehace**” en la esquina derecha de la barra de herramientas son muy útiles para el desenvolvimiento de cualquier construcción y conviene emplearlos al menos tentativamente

 Para **ocultar un objeto**, basta con apuntarlo y con un *click* derecho (en SO Mac, *ctrl-click*) y en el menú contextual desplegado, quitar el tildé a “**Muestra Objeto**”.

 Para cambiar la **aparición de los objetos**, (color, tipo de trazo,...) se puede emplear la barra de estilo: un *click*  en el margen superior de la vista gráfica, lo expone u oculta. Para más opciones, basta con un *click* derecho (en Mac OS: *ctrl-click*) sobre un objeto y seleccionar las “**Propiedades de Objeto**” del menú contextual que se despliega.

 Los **Ejes** y la **Cuadrícula** pueden mostrarse o ocultarse según se tilden p no en el menú “**Vista**”, del mismo modo que la **Hoja de Cálculo** o la **Vista Algebraica**, por ejemplo.

 Para **desplazar la construcción** en la vista gráfica, basta con seleccionar la herramienta que “**Desplaza la Vista Gráfica**” y arrastrarla con ayuda del *mouse* o ratón.

Protocolo de Construcción es un ítem del menú **Vista** en cuya ventana emergente se lista la secuencia de construcción (para revisarla paso a paso y cambiar el orden o modificar la secuencia). En su menú **Vista** propio se fija la lista exhaustiva de datos a ostentar por cada paso de construcción.

- Además, se pueden desplazar las líneas para modificar el orden de los pasos.

 Seleccionar la herramienta que **Elige y Mueve** y dar *click* sobre el número *a*. Se pueden pulsar las teclas de las flechas para modificar su valor de *a*. Inmediatamente el punto *T* y la tangente se desplazarán a lo largo de la gráfica de función *f*.

- Prueba además la **Barra de Navegación**
- Desplegando el menú contextual (botón derecho) está la opción **Borra**.



FUNCIONES 1

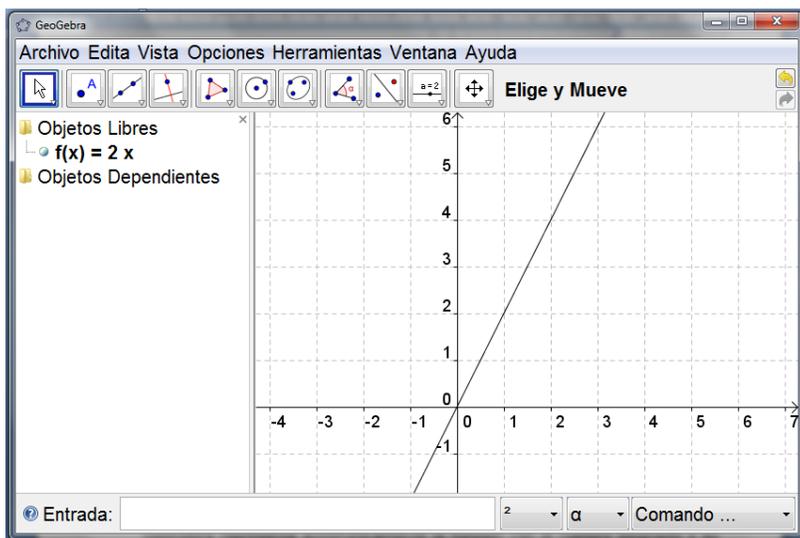
Por ejemplo si queremos realizar la graficar correspondiente de la función cuya ley es $y = 2x$

Podemos utilizar la línea de edición **Entrada**

Para ello no hay más que escribir en este campo **f(x)=2 * x** (ó **f(x) = 2x** y pulsar la tecla **Enter**



GeoGebra representa automáticamente la función con el nombre asignado y su definición aparece en la ventana algebraica, dentro de la categoría **Objetos libres**. Si nos ubicamos con el mouse sobre la recta, y hacemos clic en el botón derecho se abre el menú contextual de la **Función f**.



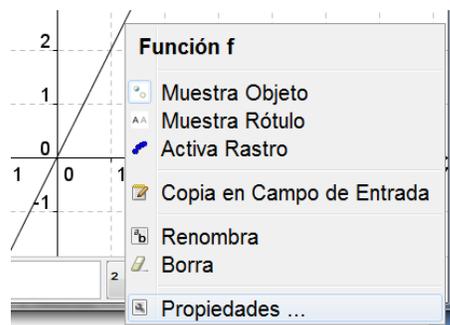
Otra forma es escribir la función, limitando su dominio de definición:



GeoGebra ofrece muchas opciones para investigar y analizar qué es lo que realiza cada una. Parados sobre la recta, con el botón derecho, elegimos del menú contextual desplegado, la opción **Propiedades**.

Se abre la siguiente ventana:

En ella podemos encontrar opciones para mejorar la visualización Color, Estilo de línea, Grosor de la línea, Mostrar rótulo, objeto.



FUNCIONES 2

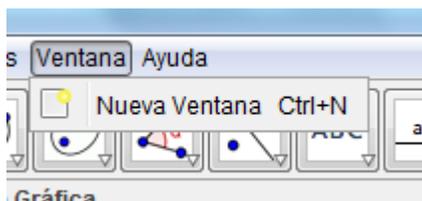


ACTIVIDAD N°2

Crear la función $f(x) = \sin(x)$, su derivada y su tangente a un punto. Incluir su triángulo de pendiente.

Preparación:

Abrir una ventana nueva desde



Pasos de construcción:

1		Introducir la función $f(x) = \sin(x)$ en la barra de entrada y presionar la tecla enter
2		Elegir la herramienta <i>nuevo punto</i> y dar click sobre la gráfica de la función f , esta acción creará un punto unido a la función.
3		Elegir la herramienta <i>tangente</i> , dar click sobre el punto A y la función f
4		Usar la herramienta de movimiento, arrastrar el punto A sobre la función f , observar el comportamiento de la recta tangente.
5		Elegir la herramienta <i>pendiente</i> , dar click sobre el punto A.
6		Nuevamente usar la herramienta de movimiento, arrastrar el punto A sobre la función f y observar el comportamiento del triángulo de la pendiente.
7		Introducir el comando Derivada $[f(x)]$ en la barra de entrada y pulsar la tecla enter. Observar la vista algebraica.

Realizar lo mismo trabajando con:

$$f(x) = \ln(x) \text{ y con } g(x) = x^3 + \frac{1}{2}x - 4$$

- Ir a **Archivo/ Guardar** como archivo de GeoGebra.
- Es posible guardarlo en otros formatos. Investigar **Archivos/Exporta**.

FUNCIONES 3

Herramienta de Deslizador

Un clic en cualquier espacio libre de la Vista Gráfica crea un "dial" o deslizador para ajustar el valor de un número o un ángulo. La ventana de diálogo emergente permite especificar el *Nombre*, *Intervalo* [mín, máx], e *Incremento* del valor correspondiente así como la alineación con que quedará expuesto (*Horizontal* o *Vertical*) y su *Ancho* (su longitud expresada en pixels) y su *Velocidad* y modalidad de *Animación*.

COMPORTAMIENTO DE PARÁMETROS

ACTIVIDAD N°3

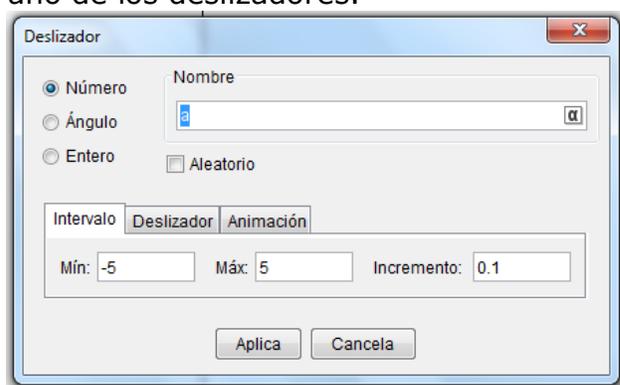
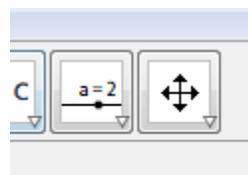
1. Abrir una Nueva Ventada de GeoGebra.
2. Vamos a estudiar las características principales de la función cuadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$
3. Para ello construiremos tres deslizadores. Uno para cada uno de los números a, b y c .

En el anteúltimo botón de la Barra de Herramientas encontramos:

Si no está visible, despliega el triángulito blanco y selecciónalo entre las opciones.

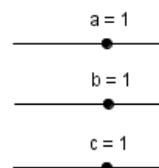
Haz clic en él y luego clic en el área gráfica.

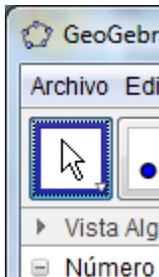
Se abre una ventana donde es posible ajustar los valores de cada uno de los deslizadores.



Realiza uno para cada uno de los valores de a, b y c . Es posible desplazar los deslizadores con el botón izquierdo apretado.

Una vez construidos los tres deslizadores:





Recuerda tener siempre señalada (haciendo clic en ella) la flecha blanca así no se activa ninguna herramienta y se puede trabajar bien.

Luego en **Entrada** introduce la función

Entrada: $f(x)=a*x^2+b*x+c$

Prueba mover el botón de cada deslizador y analiza lo que ocurre con la parábola.

1. Utilizando los deslizadores adecuadamente responder ¿Cómo influye cada parámetro en el grafico de las funciones del tipo:

- $f(x) = ax^2$?
- $f(x) = ax^2 + c$?

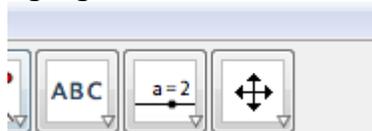
2. Ingresa desde la **Entrada** las coordenadas del vértice de la parábola $f(x) = ax^2 + bx + c$

3. Coloca los tres deslizadores en 1.

4. Parados sobre el vértice de la parábola desplegar el menú contextual y hacer clic en **Activa Rastro**.

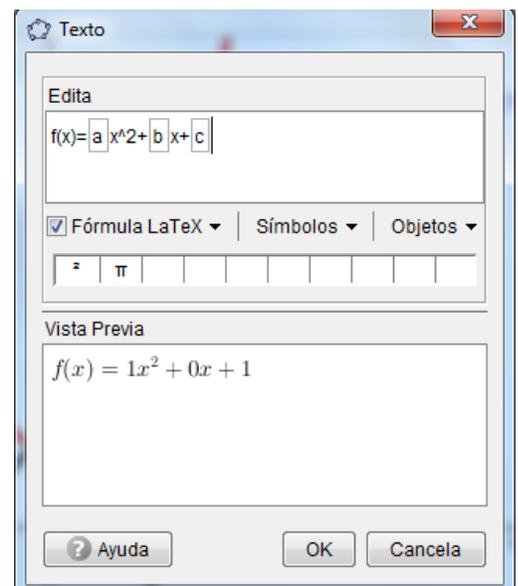
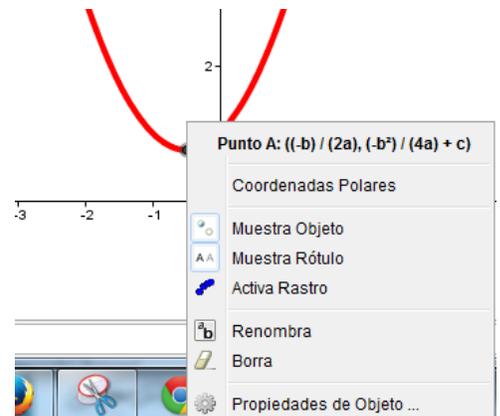
5. Luego mover solo el deslizador del parámetro b ¿Qué observas?

6. Agregar un título al archivo desde



7. Si tienes GeoGebra 4.2. puedes también agregar un **Texto dinámico** de manera muy fácil.

8. Guardar.





GeoGebra

Herramientas geométricas

Antes de hacer construcciones se hará un recorrido por las diferentes que brinda el menú de *GeoGebra*.



Despliega cada triangulito blanco ubicado en la parte inferior derecha de cada botón y observa las herramientas de geometría incluidas.

ACTIVIDAD N°4

Herramientas geométricas

Dibujar:

- Un segmento \overline{AB} de 5 unidades de longitud.
- Una recta perpendicular a \overline{AB} por B
- El punto medio M de \overline{AB}
- Un punto C que no pertenezca a \overline{AB}
- Una recta que contenga a C y sea perpendicular a \overline{AB}
- Una recta paralela a \overline{AB} que contenga a C
- Un segmento \overline{EF}
- Una circunferencia de centro E y radio \overline{EF}
- Una circunferencia de centro F y 2 unidades de radio.

- j. Un ángulo $M\hat{N}O$
- k. Un ángulo de 80°
- l. La bisectriz del $M\hat{N}O$
- m. Las siguientes tres cónicas: una elipse, una hipérbola y una parábola. Analiza los elementos que utiliza GeoGebra para realizar su gráfica.

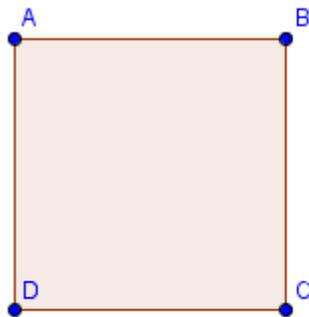
ACTIVIDAD N°5

Construcción de figuras planas

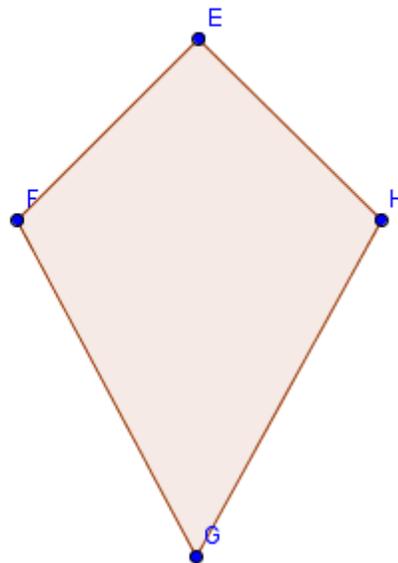
Construir un cuadrado y un romboide.

- ~ ¿Qué propiedades utilizas para realizar dicha construcción?
- ~ ¿Cómo estás seguro que es un cuadrado?
- ~ ¿Qué diferencia te parece que hay entre un dibujo y una construcción?

CUADRADO



ROMBOIDE



ACTIVIDAD N°6

Puntos notables de un triángulo – Recta de Euler

Construcción de la recta de Euler:

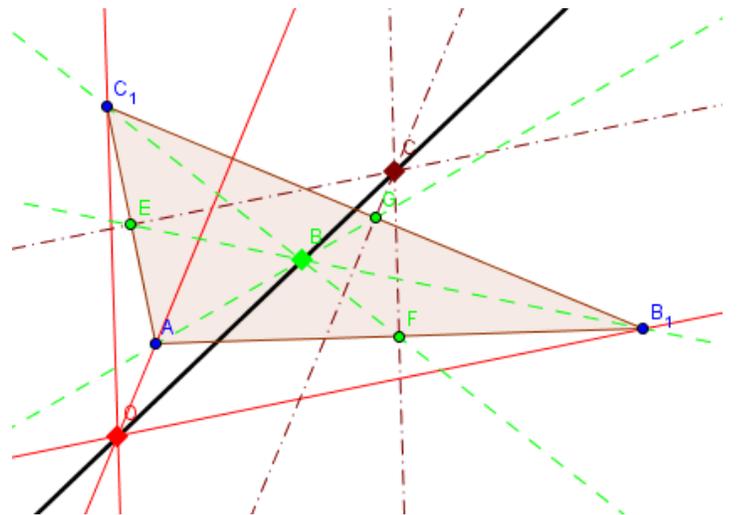
- Dibujen un triángulo escaleno acutángulo. Anoten los comandos que usan para dibujarlo.
- Tracen sus alturas, sus medianas y sus mediatrices. Anoten los comandos que usan para dibujarlos.
- Marquen el ortocentro (punto de intersección de las alturas) y llámamelo O.
- Marquen el baricentro (punto de intersección de las medianas) y llámenlo B.
- Marquen el circuncentro (punto de intersección de las mediatrices) y llámenlo C.

¿Están alineados O, B y C? ¿Cómo se dan cuenta?

¿Pasará lo mismo en cualquier triángulo? ¿Por qué?

¿Cómo tienen que ser los triángulos para que O, B y C estén alineados?

Mueve uno de los vértices del triángulo y analiza la situación.



Para seguir investigando:

- ¿Existe alguna relación entre las medidas de las distancias existentes entre los tres puntos: *baricentro*, *ortocentro* y *circuncentro*?
- ¿Es posible que el *incentro* (punto de intersección de las bisectrices) esté también en la recta determinada por el circuncentro, el ortocentro y el baricentro?
- ¿Existen casos en los cuales los cuatro puntos coinciden? ¿por qué?



GeoGebra

Sistemas de ecuaciones

ACTIVIDAD N°7

Desafío: Resolver un sistema de ecuaciones lineales por método de sustitución.

Preparativos

- Abrir el menú de *Disposiciones* y seleccionar *CAS* y *Gráficos*. La sigla *CAS* refiere a álgebra simbólica computacional.
- Es importante tener en cuenta que la Vista *CAS* de Cálculo Simbólico sólo está disponible a partir de GeoGebra 4.2 en adelante.

Pasos de Construcción

Se deben anotar los siguientes comandos en las filas de la vista *CAS*, pulsando *Enter* o *Intro* después de cada línea.

1	$g: 2x + y = 5$... para crear la recta g
2	$h: x - 3y = 4$... para crear la recta h
3	$g - 2h$	Se restan las ecuaciones para eliminar la variable x
4)	Ingresar) para obtener el resultado de la línea previa. Ahora, basta con teclear /7 para obtener $(7y = -3)/7$
5	Sustituye[g, $y = -3/7$]	Sustituye y por $-3/7$ en la primera ecuación g.
6	$3x = 6$ $x = 2$	Clic sobre la salida $\frac{14x - 3}{7} = 5$ y de la fila previa para copiarla en la activa actual. Ahora, un <i>clic</i> en la herramienta <i>Resuelve</i> para obtener la solución de x también.

Bibliografía:

- *Manual de GeoGebra* http://wiki.geogebra.org/es/P%C3%A1gina_Principal
- *Materiales de GeoGebra* <http://www.geogebraTube.org/?lang=es>